



**Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«**

**Übungsblatt 4**

**Präsenzaufgabe 4.1**

Gegeben seien folgende Jobs  $J_1, \dots, J_7$  mit entsprechenden Deadlines und Penaltykosten:

$J_i$	1	2	3	4	5	6	7
$d_i$	4	2	4	3	1	4	6
$w_i$	7	6	5	4	3	2	1

Verwenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung an, um eine Zuordnung der Jobs auf eine Maschine mit möglichst geringen Penaltykosten zu bestimmen.

**Präsenzaufgabe 4.2**

Gegeben sei eine Menge von Jobs  $J_1, \dots, J_n$ , wobei jeder Job eine Ausführungszeit von  $p_j \in \mathbb{N}$  Zeiteinheiten hat.

Gesucht ist eine Zuordnung der Jobs auf eine Maschine, so dass die durchschnittliche Fertigstellungszeit der Jobs  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$  minimiert wird, wobei  $C_i$  der Zeitpunkt der Fertigstellung von Job  $J_i$  für eine gegebene Zuordnung ist.

Geben Sie einen Algorithmus an, der dieses Problem löst. Geben Sie außerdem die Laufzeit Ihres Algorithmus an und beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus tatsächlich die minimale Lösung erzeugt.

**Hausaufgabe 4.3 (5 Punkte)**

Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit  $O(|A| \log |A|)$  an, um zu testen ob eine gegebene Menge  $A$  von Jobs  $J_1, \dots, J_m$  mit Deadlines  $d_1, \dots, d_m \in \{1, \dots, n\}$  unabhängig ist.

**Hinweis:** Nutzen Sie die Eigenschaft, dass die Ausführungszeiten  $p_j = 1$  und Deadlines  $d_j \in \{1, \dots, n\}$  sind.

**Hausaufgabe 4.4 (5 Punkte)**

Gegeben sei wie in Aufgabe 4.2 eine Menge von Jobs  $J_1, \dots, J_n$  sowie deren Ausführungszeiten  $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{N}$ . Zusätzlich besitzt nun jeder Job eine Releasezeit  $r_j \in \mathbb{N}$ , so dass Job  $J_j$  nicht vor Zeitpunkt  $r_j$  ausgeführt werden darf. Dabei darf nun ein Job unterbrochen werden um zu einem späteren Zeitpunkt weiter ausgeführt zu werden.

Gesucht ist eine Zuordnung der Jobs auf die Maschine, so dass die durchschnittliche Fertigstellungszeit der Jobs  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$  minimiert wird, wobei  $C_i$  der Zeitpunkt der Fertigstellung von Job  $J_i$  für eine gegebene Zuordnung.

Geben Sie einen Algorithmus an, der dieses Problem löst. Geben Sie außerdem die Laufzeit Ihres Algorithmus an und beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus eine Zuordnung liefert mit minimaler durchschnittlicher Fertigstellungszeit.

**Hausaufgabe 4.5** (5 Zusatzpunkte)

Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit  $O(|A|)$  an, um zu testen ob eine gegebene Menge  $A$  von Jobs  $J_1, \dots, J_m$  mit Deadlines  $d_1, \dots, d_m \in \{1, \dots, n\}$  unabhängig ist.

**Abgabe:** Donnerstag, den 26. November, bis spätestens 10 Uhr im Schrein