



Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 8

Präsenzaufgabe 8.1

Ein Unternehmen stellt 2 Produkte her: P_1 mit Gewinn 3€ und P_2 mit Gewinn 4€ pro Mengeneinheit (ME). Zur Herstellung sind Maschinen, die 1200 Stunden (h) abreiten können, vorhanden, 3000 ME Rohstoff und Arbeitskräfte, die 125 Stunden arbeiten können. Was zur Herstellung einer ME von P_1 bzw. P_2 benötigt wird, gibt die folgende Tabelle an:

	P_1	P_2
Maschine	3 h	2 h
Rohstoff	5 ME	10 ME
Arbeitskräfte	0 h	0.5 h

Die Formulierung als LP ist wie in der Vorlesung

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 4x_2 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 1200 \\ & 5x_1 + 10x_2 \leq 3000 \\ & 0.5x_2 \leq 125 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Gesucht ist ein Produktionsplan mit maximalem Gewinn. Bestimmen Sie geometrisch die Lösung.

Präsenzaufgabe 8.2

Bestimmen Sie alle zulässigen Basislösungen zu folgendem linearen Programm. Bestimmen Sie graphisch die optimale Lösung.

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_2 \\ & 7x_1 + 4x_2 + y_1 = 35 \\ & -5x_1 + 6x_2 + y_2 = 36 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \\ & y_1, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Hinweis: Bestimmen Sie die graphische Lösung im \mathbb{R}^2 durch Weglassen der Schlupfvariablen y_1, y_2 .

Hausaufgabe 8.3 (5 Punkte)

Zur Fütterung einer Tiersorte stehen zwei (auch gemischt verfütterbare) Futtersorten F_1 und F_2 zur Verfügung. Sie enthalten pro Mengeneinheit (ME) die in der folgenden Tabelle angegebenen ME der drei Nährstoffe N_1 , N_2 und N_3 :

	F_1	F_2
N_1	3	1
N_2	4	3
N_3	1	3

Pro Tag werden mindestens 8 ME von N_1 , 19 ME von N_2 und 7 ME von N_3 benötigt. Die Kosten pro ME von F_1 seien 25 Geldeinheiten und die von F_2 50 Geldeinheiten. Gesucht ist ein kostenminimales Ernährungsprogramm.

Formulieren Sie diese Problem als ein LP-Problem und lösen Sie es geometrisch oder durch Betrachtung verschiedener Basislösungen.

Hausaufgabe 8.4 (5 Punkte)

Gegeben seien Jobs $J = \{J_1, \dots, J_n\}$ und Maschinen $M = \{M_1, \dots, M_m\}$. Dabei kann jeder Job $J_i \in J$ auf jeder Maschine $M(J_i) \in M$ ausgeführt werden und hat eine Ausführungszeit von einer Zeiteinheit $p_i = 1$. Zusätzlich sind Relationen $J_i < J_j$ zwischen Jobs $J_i, J_j \in J$ gegeben. Eine Relation $J_i < J_j$ bedeutet dabei, dass in einer gültigen Zuordnung der Jobs J_i vor Jobs J_j ausgeführt werden muss. Gesucht ist eine Zuordnung der Jobs zu Maschinen so dass alle Relationen erfüllt sind und zu jeder Zeiteinheit nur ein Job pro Maschine bearbeitet wird. Dabei müssen alle Jobs nach spätestens T Zeiteinheiten bearbeitet sein.

Formulieren Sie das Problem als Zulässigkeits LP (ohne Zielfunktion) so dass eine ganzzahlige Lösung des LPs einer gültigen Lösung des Scheduling-Problems entspricht falls eine Lösung existiert.

Hinweis: Verwenden Sie Variablen $x_{j,\ell} \in \{0, 1\}$ für jeden Job $J_j \in J$ und jede Zeiteinheit $1 \leq \ell \leq T$. Formulieren Sie die Ungleichungen.

Abgabe: Donnerstag, den 7. Januar, bis spätestens 10 Uhr im Schrein