



Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 4

Hausaufgabe 4.1 (5 Punkte)

Sei ein Euklidisches TSP durch Punkte $p_i = (x_i, y_i)$ gegeben. Zeigen Sie, dass es in einer optimalen Tour keine Überschneidungen gibt.

Zusatzaufgabe 4.2 (4 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass in Hausaufgabe 4.1 die Dreiecksungleichung allein nicht ausreicht um Überkreuzungen in kürzesten Touren auszuschließen.

Hausaufgabe 4.3 (5 Punkte)

Sei T eine Tour für ein Euklidisches TSP, gegeben durch $V \subset \mathbb{R}^2$, und l ein Streckensegment der Länge s , das keinen Punkt von V enthält. Dann gibt es eine Tour T' für V mit $c(T') \leq c(T) + 6s$, die l höchstens zweimal kreuzt.

Hinweis: Angenommen T schneidet l mit $k \geq 3$ Kanten e_1, \dots, e_k . Unterteile jede Kante, die l schneidet, durch zwei neue Punkte $p_i, q_i, 1 \leq i \leq k$, die sehr nahe an l liegen. Setze $t := \lfloor (k - 1)/2 \rfloor$. Entferne alle Teilstücke zwischen p_i und q_i für $1 \leq i \leq 2t$. Überlegen sie sich welche Kanten, die l nicht schneiden, hinzugefügt werden müssen um einen Eulerischen Graphen zu erhalten und wie nun eine kürzeste Tour ermittelt werden kann. Schätzen Sie die Länge dieser Tour geeignet ab.

