CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität

Prof. Dr. K. Jansen, K. Klein, L. Rohwedder

15. Dezember 2016

Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 8

Präsenzaufgabe 8.1

Es sei D_k der Schichtgraph in Phase k des Dinic-Algorithmus. Zeigen Sie, dass die Anzahl der Schichten im Schichtgraph D_{k+1} echt größer ist als in D_k, falls $k+1$ nicht die letzte Phase des Dinic-Algorithmus ist.

Hausaufgabe 8.2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie alle zulässigen Basislösungen zu folgendem linearen Programm. Bestimmen Sie graphisch die optimale Lösung.

$$\begin{aligned} \max 3x_2 \\ 7x_1 + 4x_2 + y_1 &= 35 \\ -5x_1 + 6x_2 + y_2 &= 36 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ y_1, y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Hinweis: Bestimmen Sie die graphische Lösung im $\mathbb{R}^2$ durch Weglassen der Schlupfvariablen y_1, y_2.

Hausaufgabe 8.3 (5 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass der Algorithmus von Dinic eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n^2m)$ hat, wobei $n = |V|$ und $m = |E|$. In Schritt (2) des Algorithmus wird ein Fluss $\bar{f}$ im Schichtgraphen D_f bestimmt, der auf jedem gerichteten Weg von s nach t (mindestens) eine Kante sättigt. Dafür wurde ein Unteralgorithmus vorgestellt, der $\mathcal{O}(nm)$ in einer Phase des Dinic-Algorithmus benötigt. Dinic hat damit insgesamt eine Laufzeit von $\mathcal{O}(n^2m)$.

Verbessern Sie die Analyse des Schritts (2), um zu zeigen, dass er in einer Phase nur einen Aufwand von $\mathcal{O}(n^2)$ hat. Zeigen Sie, dass der Algorithmus von Dinic so eine Gesamtlaufzeit von $\mathcal{O}(n^3)$ besitzt.

Hinweis: Man untersuche die Gesamtzahl T der verschiedenen Kantenbearbeitungen über alle Iterationen von Schritt (2) während einer Phase. Dazu sei $T = T_v + T_p$ die Anzahl der Bearbeitungen aller Kanten, um vollständig bzw. partiell gesättigt zu werden.

Abgabe: Donnerstag, den 22. Dezember, bis spätestens 11 Uhr im Schrein