CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, K. Klein, L. Rohwedder

10. November 2016

Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 3

Präsenzaufgabe 3.1 (6 Punkte)
Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter zusammenhängender Graph und

$$\mathscr{F} = \{F \subseteq E \mid \; G_F \text{ ist ein Wald}\}.$$

Zeigen Sie, dass $(E, \mathscr{F})$ ein Matroid ist, wobei die maximalen unabhängigen Mengen die spannden Wälder von G sind. Überlegen Sie sich was passiert, wenn G nicht zusammenhängend ist.

Hausaufgabe 3.2 (4 Punkte)
Es sei (S, I_k) ein Mengensystem, wobei S eine endliche Menge und I_k die Menge aller Teilmengen von S mit $\leq k$ Elementen ist. Zeigen Sie, dass (S, I_k) ein Matroid ist.

Hausaufgabe 3.3 (6 Punkte)
Es sei $(S, \mathscr{F})$ ein Unabhängigkeitssystem. Zeigen Sie, dass wenn der der Greedy-Algorithmus aus der Vorlesung für jede Gewichtsfunktion $w : S \mapsto \mathbb{R}$ eine maximale unabhänige Menge mit minimalem Gewicht findet, dann ist $(S, \mathscr{F})$ ein Matroid.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass $(S, \mathscr{F})$ kein Matroid ist. Dann existieren auch zwei maximale unabhängige Mengen $M, N \in \mathscr{F}$ mit $|N| > |M|$. Erzeugen Sie mit Hilfe der Gewichtsfunktion
$w(e) = \begin{cases} -(1+\varepsilon), & e \in M \\ -1 & e \in N \setminus M \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ einen Widerspruch.

Abgabe: Donnerstag, den 17. November, bis spätestens 11 Uhr im Schrein