

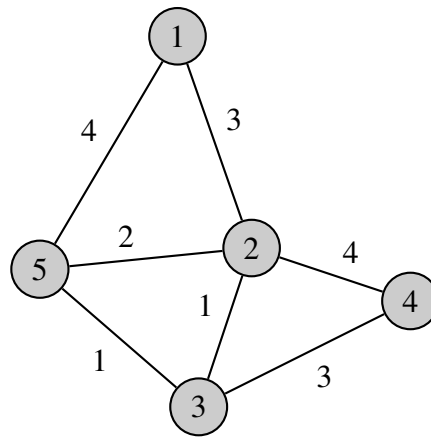


Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 1

Präsenzaufgabe 1.1

Gegeben ist eine Traveling Salesman Instanz mit 5 Städten. Wenden Sie den auf dynamischer Programmierung basierenden Algorithmus aus der Vorlesung für die gegebene Instanz Schritt für Schritt an. Die Abstände zwischen den Städten ist durch die Beschriftung gegeben. Alle anderen Entfernungen, die nicht durch Kanten eingezeichnet sind, sind durch den kürzesten Weg gegeben.



Präsenzaufgabe 1.2

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{\ell=1}^{n-1} \ell \binom{n-1}{\ell} = (n-1) \cdot 2^{n-2}.$$

Hinweis: Verwenden Sie das Binomialgesetz $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

Hausaufgabe 1.3 (5 Punkte)

Sie sind Student und machen ein Auslandssemester. Dabei müssen Sie Kurse aus einem Kursangebot K_1, \dots, K_n belegen. Dabei hat jeder Kurs K_i einen bestimmten Aufwand $A_i \in \mathbb{N}$ und gibt eine bestimmte Anzahl $C_i \in \mathbb{N}$ von ECTS Punkten. Um das Semester erfolgreich zu bestehen müssen Sie insgesamt mindestens C ECTS Punkte erreichen, für ein bestimmtes $C \in \mathbb{N}$.

Entwerfen Sie ein dynamische Programm um mit möglichst wenig Gesamtaufwand die entsprechende Anzahl C von ECTS Punkten zu erreichen.

Die Berechnung des minimalen Gesamtaufwandes genügt. Ihr Programm muss nicht die Lösungsmenge ausgeben.

Hinweis: Vergleichen Sie die Aufgabestellung mit dem Rucksackproblem.

Hausaufgabe 1.4 (5 Punkte)

Analysieren Sie die Laufzeit des in der Vorlesung vorgestellten dynamischen Programms zur Berechnung der kürzesten Rundreise im Travelling Salesman Problem. Zeigen Sie, dass die Laufzeit $O(n^2 \cdot 2^n)$ beträgt.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, dass $\sum_{\ell=2}^{n-1} \ell(\ell-1) \binom{n-1}{\ell} \leq 2(n-1)(n-2)2^{n-3}$.