



CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, K.-M. Klein, M.Maack

11. Juni 2015

Hausaufgaben zur Vorlesung »Algorithmen und Datenstrukturen«

Blatt 9

Hausaufgabe 9.1 (Heapsort (2 Punkte))

Stellen Sie das Verfahren von Heapsort angewendet auf die Instanz $[1, 5, 6, 7, 8, 7, 9, 9, 10]$ grafisch dar.

Hausaufgabe 9.2 (Bäume (2 Punkte))

In einem Baum nennt man die Blätter auch externe Knoten. Interne Knoten sind dementsprechend genau die Knoten, die keine externen Knoten sind. Eine Kante oder Verbindung besteht zwischen zwei Knoten, wenn die beiden Knoten in "Vater-Kind-Beziehung" stehen.

Ein echter binärer Baum ist ein Baum mit der Eigenschaft, dass jeder interne Knoten genau zwei Kinder hat.

Beweisen Sie die folgenden beiden Sätze für echte binäre Bäume:

- (a) Ein echter Binärbaum mit N internen Knoten hat $N + 1$ externe Knoten.

Hinweis: Nutzen Sie aus, dass die Induktionsvoraussetzung insbesondere für echte Teilbäume gilt und (induzierte) Teilbäume von binären Bäumen selbst wieder binär sind.

- (b) Ein echter Binärbaum mit N internen Knoten hat $2N$ Kanten.

Hausaufgabe 9.3 (Bäume (3 Punkte))

Beweisen Sie die folgenden Behauptungen aus der Vorlesung. Für $i \in \{0, \dots, n - 1\}$ gilt:

$$\text{left}(i) = 2i + 1 \quad (1)$$

$$\text{right}(i) = 2i + 2 \quad (2)$$

$$\text{parent}(i) = \left\lfloor \frac{i - 1}{2} \right\rfloor \quad (3)$$

Hinweis: Beweisen Sie die Behauptung zunächst für alle "links aussen" liegenden Knoten, d.h. Knoten mit Index $2^i - 1$.

Hausaufgabe 9.4 (Programmierung(3 Punkte))

Gegeben ist ein Array T der Länge n , welches n ganze Zahlen des Typs `int` enthält. Implementieren Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren Heapsort, um das Array T zu sortieren.

Verwenden Sie die von uns bereitgestellten Dateien und testen Sie Ihr Programm mit dem bereitgestellten Testprogramm. Verwenden Sie zur Ausführung des Testprogramms den Befehl "python test.py Sort <Pfad>". Abgaben, die sich nicht mit dem Testprogramm testen lassen, werden mit 0 Punkten bewertet.

Abgabe der theoretischen Aufgaben Donnerstag, den 18. Juni, bis spätestens 11 Uhr im Schrein. Die Abgabe der Programmieraufgaben erfolgt per EMail an Ihren Übungsleiter.