CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, L. Rohwedder

22. Mai 2019

Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 6

Hausaufgabe 6.1 (6 Punkte)
Wir betrachten hier folgende Aufteilung einer symmetrischen matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

$$M = \begin{pmatrix} \alpha & q^T \\ q & N \end{pmatrix}$$

wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ das Element in der oberen linken Ecke ist, $q \in \mathbb{R}^{n-1}$ die erste Spalte (ohne α) und $q^T \in \mathbb{R}^{n-1}$ die erste Zeile (ohne α). $N \in \mathbb{R}^{n-1 \times n-1}$ ist die Restmatrix. Zeigen Sie:

1. Für $\alpha > 0$ ist M positiv semidefinit, genau dann wenn die Matrix
$$N - \frac{1}{\alpha} q q^T$$
auch positiv semidefinit ist.
2. Für $\alpha = 0$ ist M positiv semidefinit, genau dann wenn $q = (0, \ldots, 0)^T$ und N positiv semidefinit ist.
3. Für $\alpha < 0$ ist M nicht positiv semidefinit.

Hausaufgabe 6.2 (4 Punkte)
Geben Sie einen Algorithmus an, der eine symmetrische $(n \times n)$-Matrix M übergeben bekommt und enstscheidet, ob diese positiv semidefinit ist.

Hinweis: Nutzen Sie Aufgabe 6.1.

Abgabe: 28. Mai 2019, 10:00 Uhr.