CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, L. Rohwedder

30. Mai 2017

Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1 (Scheduling auf Identischen Maschinen)

Beim PTAS für $P||C_{max}$ erweisen sich kleine Jobs als problematisch. Als klein bezeichnen wir Jobs j mit $p_j \leq \varepsilon T$. Um diese zu eliminieren, führen wir folgende Transformation auf der Instanz aus.

Gegeben sei eine Instanz $I = (J_B \cup J_S,\ m)$, wobei J_B die großen und J_S die kleinen Jobs enthält. Sei $S = \sum_{j \in J_S} p_j$. Bilde eine Menge J_{new} bestehend aus $\lceil \frac{S}{\varepsilon T} \rceil$ vielen Jobs der größe εT. Wir betrachten nun die Instanz $I' = (J_B \cup J_{new},\ m)$.

Es lässt sich zeigen, dass aus einer Lösung von I' auch eine für I konstruiert werden kann, die höchtens um εT schlechter ist. Dies zeigen wir hier nicht.

Stattdessen beweisen Sie, dass wenn $T \geq OPT(I)$ dann $OPT(I') \leq (1+\varepsilon) \cdot OPT(I)$.

Aufgabe 8.2 (Geometrisches Runden)

Beim geometrischen Runden wird jeder Job auf den nächst höheren Wert der Form $\lceil (1+\varepsilon)^i \rceil$, $i = 1, 2, \ldots$ gerundet.

Zeigen Sie, wenn jede Ausführungszeit höchstens $\lceil 1/\varepsilon^2 \rceil$ ist, so verbleiben auch höchsten $O(\frac{1}{\varepsilon} \log(\frac{1}{\varepsilon}))$ viele verschiedene Jobgrößen nach dem geometrischen Runden.

TIPP: Sie dürfen nutzen, dass $\ln(1+\varepsilon) = \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\varepsilon^3}{3} - \frac{\varepsilon^4}{4} \ldots$.

Abgabe: Dienstag, den 5. Juni, bis spätestens 11 Uhr im Schrein