



**Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«**

**Übungsblatt 8**

**Aufgabe 8.1** (Scheduling auf Identischen Maschinen)

Beim PTAS für  $P||C_{max}$  erweisen sich kleine Jobs als problematisch. Als klein bezeichnen wir Jobs  $j$  mit  $p_j \leq \varepsilon T$ . Um diese zu eliminieren, führen wir folgende Transformation auf der Instanz aus.

Gegeben sei eine Instanz  $I = (J_B \cup J_S, m)$ , wobei  $J_B$  die großen und  $J_S$  die kleinen Jobs enthält. Sei  $S = \sum_{j \in J_S} p_j$ . Bilde eine Menge  $J_{new}$  bestehend aus  $\lceil \frac{S}{\varepsilon T} \rceil$  vielen Jobs der Größe  $\varepsilon$ . Wir betrachten nun die Instanz  $I' = (J_B \cup J_{new}, m)$ .

Es lässt sich zeigen, dass aus einer Lösung von  $I'$  auch eine für  $I$  konstruiert werden kann, die höchstens um  $\varepsilon T$  schlechter ist. Dies zeigen wir hier nicht.

Stattdessen beweisen Sie, dass wenn  $T \geq OPT(I)$  dann  $OPT(I') \leq (1 + \varepsilon) \cdot OPT(I)$ .

**Aufgabe 8.2** (Geometrisches Runden)

Beim geometrischen Runden wird jeder Job auf den nächst höheren Wert der Form  $\lceil (1 + \varepsilon)^i \rceil$ ,  $i = 1, 2, \dots$  gerundet.

Zeigen Sie, wenn jede Ausführungszeit höchstens  $\lceil 1/\varepsilon^2 \rceil$  ist, so verbleiben auch höchstens  $O(\frac{1}{\varepsilon} \log(\frac{1}{\varepsilon}))$  viele verschiedene Jobgrößen nach dem geometrischen Runden.

TIPP: Sie dürfen nutzen, dass  $\ln(1 + \varepsilon) = \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{\varepsilon^3}{3} - \frac{\varepsilon^4}{4} \dots$ .