



CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, H. Brinkop

26. November 2019

Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1

Analysiert werden soll die Güte des Modified Greedy Algorithmus für das Rucksackproblem. Zeigen sie, dass der Algorithmus eine 2-Approximation liefert ($\text{ALG}(I) \geq \text{OPT}(I)/2$).

Eingabe des Problems ist eine Kapazität C und eine Menge von Items $1, \dots, n$ mit Gewichten $w_i \leq C$ und Profiten p_i . Gesucht ist eine Teilmenge der Items mit maximalem Profit, sodass die Summe der Gewichte die Kapazität nicht übersteigt.

Modified Greedy Algorithmus: Sortiere die Items absteigend nach Effizienz (das heißt nach p_i/w_i). Nehme nacheinander Items hinzu, bis das nächste Item die Kapazität verletzen würde. Dies ist die Lösung des Algorithmus, es sei denn: Wenn das Item mit maximalem Profit alleine besser ist, als diese Lösung, nehme stattdessen nur dieses Item.

Aufgabe 6.2

Folgende Verallgemeinerung des Rucksackproblems soll betrachtet werden: Gegeben ist ein 2-dimensionaler Rucksack mit Größe $C = a \cdot b$. Weiter gibt es Items $1, \dots, n$, jeweils mit Größe $c_i = a_i \cdot b_i$ und Profit p_i . Es ist nun eine Teilmenge der Items gesucht, die eine nicht-überlappende Packung in den Rucksack zulässt und deren aufsummierter Profit maximal ist.

Wir wollen eine $(3+\epsilon)$ -Approximation angeben. Das ϵ ist hier konstant, kann aber beliebig klein gewählt werden.

Nutzen Sie, dass es für das 1-dimensionale Rucksackproblem eine $(1 + \epsilon)$ -Approximation gibt.

1. Machen Sie zunächst eine Vorauswahl von Items, die Sie packen möchten. Die Summe ihrer Profite sollte nicht schlechter sein als $\frac{1}{1+\epsilon} \cdot \text{OPT}$
2. Zeigen Sie dann mit Steinberg, dass diese Items in einen Rucksack der Größe $a \cdot 2b$ passen (Es gibt einen entsprechenden Algorithmus dazu, der eine solche Packung in polynomieller Zeit findet)
3. Wandeln Sie diese Lösung nun in eine Lösung für den Rucksack der Größe $a \cdot b$ um. Dabei können Sie möglicherweise nur einen Teil der Items übernehmen.

Abgabe: 2. Dezember 2019, bis spätestens 10:15 Uhr im Schrein