CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, Kati Land

05. Mai 2015

Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

Betrachten Sie das *gewichtete* SETCOVER-Problem: Gegeben ist eine Grundmenge $S = \{1, \ldots, n\}$, eine Mengenfamilie $F = \{S_1, \ldots, S_m\}$ mit $S_i \subseteq S$ und Gewichte $w_1, \ldots, w_m$ mit $w_i > 0$ für $1 \leq i \leq m$. Gesucht ist eine Teilmenge $F' \subseteq F$ mit $\bigcup_{S_i \in F'} S_i = S$ und $\sum_{S_i \in F'} w_i$ minimal.

Der in der Vorlesung vorgestellte Greedy-Algorithmus lässt sich einfach auf die gewichtete Problemvariante verallgemeinern. Dazu wählt der Algorithmus in jeder Iteration die Menge S_i, die $\frac{1}{w_i}|S_i \cap U|$ maximiert.

1. Zeigen Sie, dass der modifizierte Greedy-Algorithmus eine multiplikative Approximationsgüte von $H(\max_{S_i \in F} |S_i|)$ hat.
2. * Zeigen Sie, dass das Gewicht der gefundenen Lösung höchstens $(1 + \ln(n/\mathrm{OPT}))\mathrm{OPT} + 1$ ist, sofern $w_i \leq 1$ für alle $i = 1, \ldots, m$ gilt.

Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass $H(n) - H(k) \leq \ln(n/k)$ ist.

Aufgabe 3.2

Beweisen Sie das folgende Lemma zu BINPACKING aus der Vorlesung:

Für $k \in \mathbb{N}$ sei ein Bin mit Zahlen $\{b_1, \ldots, b_k\}$ gegeben.

Dann ist $\sum_{i=1}^{k} W(b_i) \leq \frac{17}{10}$, wobei $W : [0,1] \to [0,1]$ die in der Vorlesung definierte Gewichtsfunktion ist.

Abgabe: Montag, 11. Mai 2015, bis spätestens 12 Uhr im Schrein.