CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, K. Klein

21. Januar 2016

Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 11

Präsenzaufgabe 11.1
Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$\begin{aligned} \max\ 2x_1 + x_2 + x_3 & \\ x_1 &\leq 2 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\ x_1 + 2x_3 &\leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Das zugehörige Polytop ist in der folgenden Abbildung zeichnerisch dargstellt.

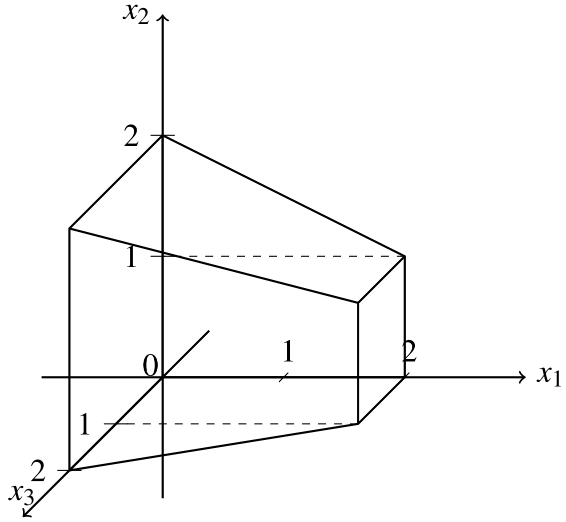

Abbildung 1: Polytop

Lösen Sie das zugehörige LP mit dem Simplexverfahren nach Hinzufügen von Schlupfvariablen y_1, y_2 und y_3. Starten Sie mit der zulässigen Basislösung, bei denen die drei x-Komponenten $(0,0,0)$ sind. Lesen Sie aus jedem Tableau die Basislösung ab und markieren Sie die zugehörigen Ecken im Polytop ein. Numerieren Sie die markierten Ecken in der Reihenfolge ihres Auftretens. Was beobachten Sie?

Präsenzaufgabe 11.2
Gegeben seien zwei zulässige Basislösungen x, y eines LP mit $c^T x < c^T y$. Zeigen Sie, dass x und y benachbart sind genau dann wenn es einen zulässigen Simplexschritt gibt, durch den x aus y hervorgeht.

Hausaufgabe 11.3 (5 Punkte)
Gegeben sei das folgende LP:

$$\begin{aligned} \min\ -x_1 - x_2 + -x_3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_5 + x_6 &= 2 \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0 \end{aligned}$$

Wenden Sie den zwei Phasenalgorithmus an, um die optimale Lösung zu errechnen.

Hausaufgabe 11.4 (5 Punkte)
Es seien die Zeilen $x_1, \ldots, x_m$ des Tableaus lex. positiv. Zeigen Sie, dass die folgende Pivotregel dafür sorgt, dass die Zeilen lex. positiv bleiben und die 0.te Zeile streng lex. wächst und somit der Simplex Algorithmus endlich ist:

(1) wähle eine beliebige Spalte $j \in \{1, \ldots, n\}$ mit $x_{0j} = \bar{c}_j < 0$ und

(2) wähle die Zeile $\ell \in \{1, \ldots, m\}$ mit

$$\frac{x_\ell}{x_{\ell j}} = lexmin_{i:x_{ij}>0}[\frac{x_i}{x_{ij}}].$$

Abgabe: Donnerstag, den 28. Januar, bis spätestens 14 Uhr im Schrein