CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, K. Klein

7. Januar 2016

Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 9

Präsenzaufgabe 9.1
Geben Sie das folgende lineare Programm

$$\begin{aligned} \min\ & |x_1| + |x_2| + |x_3| \\ x_1 + x_2 &\leq 1 \\ 2x_1 + x_2 &= 3 \end{aligned}$$

in allgemeiner Form sowie in kanonischer und Standardform an.

Präsenzaufgabe 9.2
Bestimmen Sie graphisch im $\mathbb{R}^3$ die optimale Lösung des linearen Programms

$$\begin{aligned} \max\ & 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

Geben Sie das zugehörige Polytop als Teilmenge des R^3 an sowie die Facetten, Ecken und Kanten als Durchschnitt des Polytops mit einer Hyperebene.

Hausaufgabe 9.3 (5 Punkte)
Sei $P = \{\hat{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \hat{A}\hat{x} \leq \hat{b}, \hat{x} \geq 0\}$ ein Polytop, wobei

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } \hat{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie dieses Problem als LP in Standardform $F = \{x \in \mathbb{R}^5 \mid Ax = b, x \geq 0\}$ dar. Zeigen Sie anhand mehrere Beispiele, wie Ecken dieses Polytops P in Basislösungen $x \in F$ des LPs transformiert werdem können.
Sei nun umgekehrt $F = \{x \in \mathbb{R}^6 \mid Ax = b, x \geq 0\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

ein LP in Standardform. Formulieren Sie dieses um in ein Polytop $P = \{\hat{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \hat{A}\hat{x} \leq \hat{b}, \hat{x} \geq 0\}$. Zeigen Sie außerdem an mehreren Beispiel, wie Basislösungen von F in Ecken des Polytops P transformiert werden können.

Hausaufgabe 9.4 (5 Punkte)
Es sei x eine Basislösung eines LPs

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

bezüglich einer Basis $\mathscr{B}$. Zeigen Sie, dass eine Zielfunktion c derart existiert, dass x die eindeutige optimale Lösung des folgenden LPs ist.

$$\begin{aligned} \min c^T x& \\ Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Abgabe: Donnerstag, den 14. Januar, bis spätestens 14 Uhr im Schrein