



**Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«**

**Übungsblatt 6**

**Präsenzaufgabe 6.1**

Bestimmen Sie einen maximalen Fluss für das in Abbildung 1 gegebene Netzwerk (Quelle  $s$  und Senke  $t$ ), mit Hilfe des Algorithmus von Ford-Fulkerson. Nehmen Sie dabei an, dass die Mindestkapazität der Kanten 0 ist.

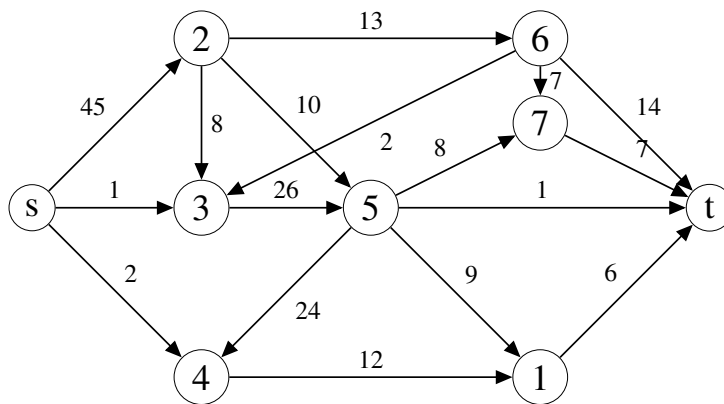


Abbildung 1: Ein Flussnetzwerk. Angegeben sind obere Kapazitäten, die unteren Kapazitäten sind 0.

**Präsenzaufgabe 6.2 (Zwicks Netzwerk)**

Betrachten Sie das Netzwerk in Abb. 2 und zeigen Sie, dass der Algorithmus von Ford und Fulkerson hier evtl. nicht terminiert, wenn die Kante  $(0,3)$  die Kapazität  $(\sqrt{5} - 1)/2$  hat.

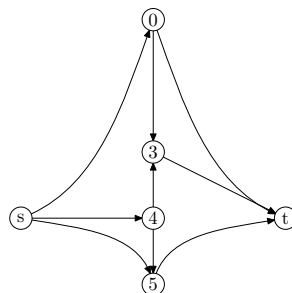


Abbildung 2: Zwicks Weihnachtsbaum

**Hausaufgabe 6.3** (5 Punkte)

Gegeben sei ein Flussgraph  $G = (V, D)$  mit oberen Kapazitäten  $c_{ij}$  und unteren Kapazitäten  $\ell_{ij} = 0$ . Ein  $s - t$ -Schnitt ist eine Partition von  $V$  in  $S$  und  $T$  mit  $s \in S$  und  $t \in T$ . Ein  $s - t$ -Schnitt ist dabei minimal, falls die Summe der Kantenkapazitäten von Kanten auf dem Schnitt

$$c(S, T) = \sum_{i \in S, j \in T} c_{ij}.$$

minimal ist.

Geben Sie einen Algorithmus an, der für gegebenen Flussgraph  $G$  und gegebenen maximalen  $s$ - $t$ -Fluss in  $G$ , den minimalen  $s - t$ -Schnitt in Zeit  $O(|E|)$  bestimmt.

**Hinweis:** Beachten Sie auch Satz 2.2.4 und Lemma 2.2.2.

**Hausaufgabe 6.4** (5 Punkte)

Zum Tag des Sports finden in einer Stadt  $n \in \mathbb{N}$  verschiedene Sportveranstaltungen  $v_i$  mit Startzeit  $r_i$  und Dauer  $p_i$ ,  $i \in \mathbb{N}_{\leq n}$  statt. Ein Presseteam braucht außerdem die Zeit  $d_{i,j}$  um vom Veranstaltungsort, an dem  $v_i$  stattfindet, zum Veranstaltungsort, an dem  $v_j$  stattfindet, zu gelangen.

Gesucht ist die minimale Anzahl an Presseteams, die notwendig sind, um jede Sportveranstaltung zu dokumentieren.

Formulieren Sie dieses Problem als ein Flussproblem in einem Netzwerk.

**Hinweis:** Verwenden Sie ein Netzwerk mit unteren und oberen Kapazitäten und benutzen sie für jede Veranstaltung einen Anfangs- und einen Endknoten.