

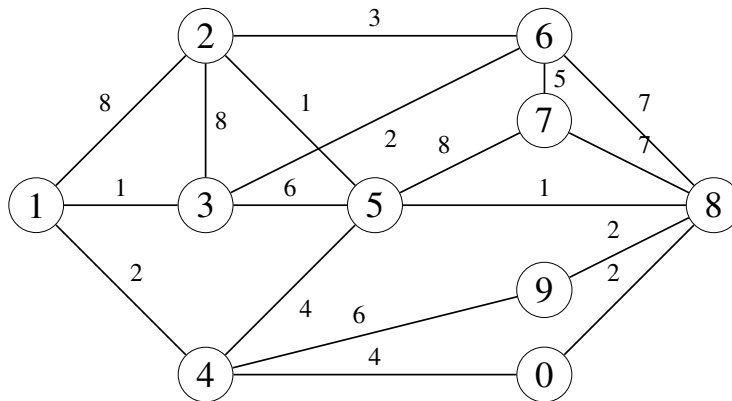


Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 3

Präsenzaufgabe 3.1

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Kruskal den minimalen Spannbaum des folgenden Graphen:



Überlegen Sie sich welche Laufzeit der Algorithmus hat und was für eine Datenstruktur man zugrunde legen könnte.

Hausaufgabe 3.2 (4 Punkte)

Es sei (S, I_k) ein Mengensystem, wobei S eine endliche Menge und I_k die Menge aller Teilmengen von S mit $\leq k$ Elementen ist. Zeigen Sie, dass (S, I_k) ein Matroid ist.

Hausaufgabe 3.3 (6 Punkte)

Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph und

$$\mathcal{F} = \{F \subseteq E \mid G_F \text{ ist ein Wald}\}.$$

Zeigen Sie, dass (E, \mathcal{F}) ein Matroid ist, wobei die maximalen unabhängigen Mengen die spannenden Wälder von G sind.

Hinweis: Verwenden Sie, dass ein Wald mit k Kanten genau $|V| - k$ Bäume enthält.

Hausaufgabe 3.4 (6 Zusatzpunkte)

Es sei (S, \mathcal{F}) ein Unabhängigkeitssystem. Zeigen Sie, dass wenn der Greedy-Algorithmus aus der Vorlesung für jede Gewichtsfunktion $w : S \mapsto \mathbb{R}$ eine maximale unabhängige Menge mit minimalem Gewicht findet, dann ist (S, \mathcal{F}) ein Matroid.

Abgabe: Donnerstag, den 19. November, bis spätestens 10 Uhr im Schrein