CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, M. Rau

12. Dezember 2017

Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 8

Betrachten Sie das folgende Scheduling Problem: Gegeben sind m identische Maschinen sowie n Jobs $J_1, \dots, J_n$. Weiterhin ist eine Präzedenzrelation $\prec$ gegeben. Falls $J_i \prec J_k$ so bedeutet dies, dass in einem gültigen Schedule J_i beendet sein muss, bevor J_k startet. Dieses Problem wird PRECEDENCE-CONSTARINT-SCHEDULING genannt. Wir betrachten im folgenden den Spezialfall, dass alle Jobs die gleiche Ausführungszeit $p_j = 1$ haben.

Hausaufgabe 8.1 (5 Punkte)
Zeigen Sie: Es ist $\mathcal{NP}$-vollständig zu entscheiden, ob für eine Instanz des PRECEDENCE-CONSTARINT-SCHEDULING mit Ausführungszeiten $p_j = 1$ ein Schedule der Länge 3 existiert.

Hinweis: Betrachten sie die folgende Abbildung: Sei (G,k) eine Instanz des CLIQUE-Problems mit $G = (V,E)$ ungerichteter Graph und $3 \leq k < |V|$. Wir konstruieren eine Instanz für das PRECEDENCE-CONSTARINT-SCHEDULING-Problem auf die folgende Weise: Sei $\bar{k} := |V| - k$, $l := k(k-1)/2$ und $\bar{l} := |E| - l$. Seien nun $m := \max\{k, \bar{k} + l, \bar{l}\} + 1$ Maschinen und $n = 3m$ Jobs gegeben. Wir definieren dazu für jeden Knoten $v \in V$ einen Job J_v und für jede Kante $e \in E$ einen Job K_e; weiterhin definieren wir die Abhängigkeit $J_v \prec K_e$, falls $v \in e$. Zusätzlich definieren wir einige dummy Jobs X_x für $x = 1, \dots m - k$, Y_y für $y = 1, \dots, m - l - \bar{k}$ und Z_z für $z = 1, \dots, m - \bar{l}$ mit Abhängigkeiten $X_x \prec Y_y \prec Z_z$ für alle x, y, z.

Zeigen Sie, dass das CLIQUE-Problem genau dann eine Lösung besitzt, falls ein Schedule der Länge 3 für das erzeugte PRECEDENCE-CONSTARINT-SCHEDULING Problem existiert.

Hausaufgabe 8.2 (5 Punkte)
Zeigen Sie: Für jedes $\rho < 4/3$ und jedes $l \geq 3$ existiert kein polynomialzeit ρ-Approximationsalgorithmus für das Problem einen Schedule für eine Instanz des PRECEDENCE-CONSTARINT-SCHEDULING mit einheits Ausführungszeiten $p_j = 1$, mit minimalem Makespan $OPT \geq l$ zu finden, es sein denn $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$.

Hinweis: Verwenden Sie Hausaufgabe 8.1 und Ideen aus der Vorlesung zum Färben von Graphen.

Abgabe: 19. Dezember 2017, 10:00 Uhr.