



Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 4

Hausaufgabe 4.1 (4 Punkte)

Sei ein euklidisches TSP durch Punkte  $p_i = (x_i, y_i)$  gegeben. Zeigen Sie, dass es in einer optimalen Tour keine Überschneidungen gibt.

Hausaufgabe 4.2 (6 Punkte)

Sei  $T$  eine Tour für ein euklidisches TSP, gegeben durch  $V \subset \mathbb{R}^2$ , und  $l$  ein Streckensegment der Länge  $s$ , das keinen Punkt von  $V$  enthält. Dann gibt es eine Tour  $T'$  für  $V$  mit  $c(T') \leq c(T) + 6s$ , die  $l$  höchstens zweimal kreuzt.

Hinweis: Angenommen  $T$  schneidet  $l$  mit  $k \geq 3$  Kanten  $e_1, \dots, e_k$ . Unterteile jede Kante, die  $l$  schneidet, durch zwei neue Punkte  $p_i, q_i, 1 \leq i \leq k$ , die sehr nahe an  $l$  liegen. Setze  $t := \lfloor (k - 1)/2 \rfloor$ . Entferne alle Teilstücke zwischen  $p_i$  und  $q_i$  für  $1 \leq i \leq 2t$ . Überlegen Sie sich welche Kanten, die  $l$  nicht schneiden, hinzugefügt werden müssen, um einen eulerischen Graphen zu erhalten, und wie nun eine kürzeste Tour ermittelt werden kann. Schätzen Sie die Länge dieser Tour geeignet ab.

