



25. Oktober 2017

Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 1

Hausaufgabe 1.1 (MAX-SAT (6 Punkte))

Beweisen Sie die im Beweis zum randomisierten Algorithmus für MAX-SAT angenommenen Aussagen:

1. Zeigen Sie: Für alle $k \geq 1$ gilt

$$1 - \left(1 - \frac{1}{k}\right)^k \geq 1 - \frac{1}{e}.$$

Hinweis: e ist definiert als $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

2. Zeigen Sie: Für alle $z \in [0, 1]$ und $k \in \mathbb{N}^+$ gilt

$$1 - \left(1 - \frac{z}{k}\right)^k \geq \left(1 - \left(1 - \frac{1}{k}\right)^k\right)z.$$

Hinweis: Zeigen Sie, dass $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, z \mapsto 1 - \left(1 - \frac{z}{k}\right)^k$ eine konkave Funktion ist.

3. Zeigen Sie: Für eine Menge von k positiven Zahlen $\{a_1, \dots, a_k\}$ gilt

$$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k a_i \geq \left(\prod_{i=1}^k a_i\right)^{1/k}.$$

Hausaufgabe 1.2 (MAX-SAT (4 Punkte))

Bestimmen Sie für jedes $k \in \{1, 2, 3, 4\}$, für welche der Methoden 1 oder 2 ein besseres Ergebnis erwarten werden kann, falls jede Klausel genau k Literale besitzt.