CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, K. Klein, L. Rohwedder

12. Januar 2017

Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 10

Präsenzaufgabe 10.1
Gegeben sei das folgende Simplex-Tableau:

$$
\begin{array}{c|ccccccc}
0 & -\frac{3}{4} & 20 & -\frac{1}{2} & 6 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & \frac{1}{4} & -8 & -1 & 9 & 1 & 0 & 0 \\
0 & \frac{1}{2} & -12 & -\frac{1}{2} & 3 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

Führen Sie sechs Simplex-Schritte durch mit folgenden Zusatzregeln:

1. Wählen Sie die Spalte mit dem kleinsten x_{0j} als Pivotspalte.
2. Wählen Sie die erst-mögliche Zeile als Pivotzeile.

Was beobachten Sie?

Hausaufgabe 10.2 (5 Punkte)
Bestimmen Sie graphisch im $\mathbb{R}^3$ die optimale Lösung des linearen Programms

$$
\begin{aligned}
\max\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 & \\
x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\leq 6 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 6 \\
x_1, x_2, x_3 &\geq 0.
\end{aligned}
$$

Geben Sie das zugehörige Polytop als Teilmenge des R^3 an sowie die Facetten, Ecken und Kanten als Durchschnitt des Polytops mit einer Hyperebene.

Hausaufgabe 10.3 (5 Punkte)
Sei $P = \{\hat{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \hat{A}\hat{x} \leq \hat{b}, \hat{x} \geq 0\}$ ein Polytop, wobei

$$
\hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } \hat{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.
$$

Stellen Sie dieses Problem als LP in Standardform $F = \{x \in \mathbb{R}^5 \mid Ax = b, x \geq 0\}$ dar. Zeigen Sie anhand mehrere Beispiele, wie Ecken dieses Polytops P in Basislösungen $x \in F$ des LPs

transformiert werdem können.
Sei nun umgekehrt $F = \{x \in \mathbb{R}^6 \mid Ax = b, x \geq 0\}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

ein LP in Standardform. Formulieren Sie dieses um in ein Polytop $P = \{\hat{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \hat{A}\hat{x} \leq \hat{b}, \hat{x} \geq 0\}$. Zeigen Sie außerdem an mehreren Beispiel, wie Basislösungen von F in Ecken des Polytops P transformiert werden können.

Abgabe: Donnerstag, den 19. Januar, bis spätestens 11 Uhr im Schrein