



CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, K. Klein, L. Rohwedder

22. Dezember 2016

Übungen zur Vorlesung »WInf III / Einf. OR«

Übungsblatt 9

Präsenzaufgabe 9.1

Zur Fütterung einer Tiersorte stehen zwei (auch gemischt verfütterbare) Futtersorten F_1 und F_2 zur Verfügung. Sie enthalten pro Mengeneinheit (ME) die in der folgenden Tabelle angegebenen ME der drei Nährstoffe N_1 , N_2 und N_3 :

	F_1	F_2
N_1	3	1
N_2	4	3
N_3	1	3

Pro Tag werden mindestens 8 ME von N_1 , 19 ME von N_2 und 7 ME von N_3 benötigt. Die Kosten pro ME von F_1 seien 25 Geldeinheiten und die von F_2 50 Geldeinheiten. Gesucht ist ein kostenminimales Ernährungsprogramm.

Formulieren Sie dieses Problem als ein LP-Problem und lösen Sie es geometrisch oder durch Betrachtung verschiedener Basislösungen.

Hausaufgabe 9.2 (5 Punkte)

Geben Sie das folgende lineare Programm

$$\begin{aligned} \min & |x_1| + |x_2| + |x_3| \\ & x_1 + x_2 \leq 1 \\ & 2x_1 + x_2 = 3 \end{aligned}$$

in allgemeiner Form sowie in kanonischer und Standardform an.

Hausaufgabe 9.3 (5 Punkte)

Gegeben seien Jobs $J = \{J_1, \dots, J_n\}$ und Maschinen $M = \{M_1, \dots, M_m\}$. Dabei kann jeder Job $J_i \in J$ auf jeder Maschine $M_i \in M$ ausgeführt werden und hat eine Ausführungszeit von einer Zeiteinheit $p_i = 1$. Zusätzlich sind Relationen $J_i < J_j$ zwischen Jobs $J_i, J_j \in J$ gegeben. Eine Relation $J_i < J_j$ bedeutet dabei, dass in einer gültigen Zuordnung der Jobs J_i vor Jobs J_j ausgeführt werden muss. Gesucht ist eine Zuordnung der Jobs zu Maschinen so dass alle Relationen erfüllt sind und zu jeder Zeiteinheit nur ein Job pro Maschine bearbeitet wird. Dabei müssen alle Jobs nach spätestens T Zeiteinheiten bearbeitet sein.

Formulieren Sie das Problem als Zulässigkeits LP (ohne Zielfunktion) so dass eine ganzzahlige Lösung des LPs einer gültigen Lösung des Scheduling-Problems entspricht falls eine Lösung existiert.

Hinweis: Verwenden Sie Variablen $x_{j,\ell} \in \{0, 1\}$ für jeden Job $J_j \in J$ und jede Zeiteinheit $1 \leq \ell \leq T$. Formulieren Sie die Ungleichungen.

Hausaufgabe 9.4 (Zusatzaufgabe; 5 Punkte)

Es sei x eine Basislösung eines LPs

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

bezüglich einer Basis \mathcal{B} . Zeigen Sie, dass eine Zielfunktion c derart existiert, dass x die eindeutige optimale Lösung des folgenden LPs ist.

$$\begin{aligned} \min c^T x \\ Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Frohe Weihnachten!

Abgabe: Donnerstag, den 12. Januar, bis spätestens 11 Uhr im Schrein