CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, M. Rau

22. November 2016

Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 5

Hausaufgabe 5.1 (5 Punkte)
Zeigen Sie:

1. Falls die Matrix
$$M = \begin{pmatrix} \alpha & q^T \\ q & N \end{pmatrix}$$
positiv semidefinit ist mit $\alpha > 0$, dann ist die Matrix
$$N - \frac{1}{\alpha} q q^T$$
auch positiv semidefinit.

2. Falls die Matrix
$$M = \begin{pmatrix} 0 & q^T \\ q & N \end{pmatrix}$$
positiv semidefinit ist, so gilt $q = 0_V$.

Hausaufgabe 5.2 (5 Punkte)
Ein Unit-Disk-Graph ist ein Graph der auf folgende Weise erzeugt wird: In eine Ebene werden Kreise mit einem einheitlichen Durchmesser $d = 1$ gezeichnet. Die Mittelpunkte der Kreise bilden die Knoten des Unit-Disk-Graphen. Zwischen zwei Knoten besteht eine Kante, falls sich ihre zugehörigen Kreise schneiden oder berühren.

Eine unabhängige Menge in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Menge von Knoten, die keine gemeinsame Kante haben. Für je zwei Knoten $v_i, v_j \in I$ in einer unabhängigen Menge $I \subseteq V$ gilt also dass die Kante $\{v_i, v_j\}$ nicht in E enthalten ist.

Beschreiben Sie auf welche Weise ein PTAS für das Problem, in einem Unit-Disk-Graphen eine maximale unabhängige Menge zu finden, entwickelt werden kann. Der Graph ist dabei durch die Koordinaten der Kreismittelpunkte gegeben. Der entwickelte Algorithmus sollte ein Approximation der Güte $A_\varepsilon(I) \geq (1 - \varepsilon) OPT(I)$ liefern.

Hinweis: Unterteile die Ebene in horizontale und vertikale Streifen der Breite 1.

Zusatzaufgabe 5.3 (4 Punkte)
Wie kann ihr Algorithmus auf allgemeine Disk-Graphen (mit beliebigen Radien) ausgeweitet werden?

Hinweis: Orientieren Sie sich bei Ihren Überlegungen an dem Algorithmus für das euklidische TSP von Arora.

Abgabe: 29. November 2016, 10:00 Uhr.