



# CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität  
Prof. Dr. K. Jansen, L. Rohwedder

15. Mai 2019

## Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

### Blatt 5

#### Hausaufgabe 5.1 (10 Punkte)

Ein Unit-Disk-Graph ist ein Graph der auf folgende Weise erzeugt wird: In eine Ebene werden Kreise mit einem einheitlichen Durchmesser  $d = 1$  gezeichnet. Die Mittelpunkte der Kreise bilden die Knoten des Unit-Disk-Graphen. Zwischen zwei Knoten besteht eine Kante, falls sich ihre zugehörigen Kreise schneiden oder berühren.

Eine unabhängige Menge in einem Graphen  $G = (V, E)$  ist eine Menge von Knoten, die keine gemeinsame Kante haben. Für je zwei Knoten  $v_i, v_j \in I$  in einer unabhängigen Menge  $I \subseteq V$  gilt also dass die Kante  $\{v_i, v_j\}$  nicht in  $E$  enthalten ist.

Beschreiben Sie auf welche Weise ein PTAS für das Problem, in einem Unit-Disk-Graphen eine maximale unabhängige Menge zu finden, entwickelt werden kann. Der Graph ist dabei durch die Koordinaten der Kreismittelpunkte gegeben. Der entwickelte Algorithmus sollte eine Approximation der Güte  $A_\varepsilon(I) \geq (1 - \varepsilon)OPT(I)$  liefern.

Hinweis: Unterteilen Sie die Ebene in horizontale und vertikale Streifen der Höhe bzw. Breite 1. Wählen sie ein  $k \in \mathbb{N}$  hinreichend groß und geeignete  $i, j < k$ . Löschen Sie nun alle Kreise, die in die horizontalen Streifen  $i, i + k, i + 2k, \dots$  hineinreichen. Wie verändert sich dadurch die optimale Lösung (wenn  $i$  gutartig gewählt ist)? Verfahren Sie analog für vertikale Streifen. Es bleibt eine einfachere Instanz, die Sie optimal lösen können. Wie lässt sich das erreichen?

**Abgabe:** 21. Mai 2019, 10:00 Uhr.