CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, L. Rohwedder

10. April 2019

Aufgaben zur Vorlesung »Approximative Algorithmen«

Blatt 1

Hausaufgabe 1.1 (MAX-SAT (6 Punkte))
Beweisen Sie die im Beweis zum randomisierten Algorithmus für MAX-SAT angenommenen Aussagen:

1. Zeigen Sie: Für alle $k \geq 1$ gilt

$$1-(1-\frac{1}{k})^k \geq 1-\frac{1}{e}.$$

   Hinweis: Nutzen Sie dass $(1+\frac{1}{n})^n$ in n monoton wächst und $e=\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$.

2. Zeigen Sie: Für alle $z \in [0,1]$ und $k \in \mathbb{N}^+$ gilt

$$1-(1-\frac{z}{k})^k \geq (1-(1-\frac{1}{k})^k)z.$$

   Hinweis: Zeigen Sie, dass $f:[0,1]\to\mathbb{R}, z\mapsto 1-(1-\frac{z}{k})^k$ eine konkave Funktion ist.

3. Zeigen Sie: Für eine Menge von k positiven Zahlen $\{a_1,\ldots,a_k\}$ gilt

$$\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} a_i \geq \left(\prod_{i=1}^{k} a_i\right)^{1/k}.$$

Hausaufgabe 1.2 (MAX-SAT (4 Punkte))
Bestimmen Sie für jedes $k \in \{1,2,3,4\}$, für welche der Methoden 1 oder 2 ein besseres Ergebnis erwarten werden kann, falls jede Klausel genau k Literale besitzt.

Abgabe: 16. April 2019, 10:00 Uhr.