CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Theorie der Parallelität
Prof. Dr. K. Jansen, Lars Rohwedder

16. Juni 2016

Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1

In der Vorlesung wurde folgende LP-Relaxierung für Scheduling on Unrelated Machines vorgestellt:

$$\sum_{i:(i,j)\in S_T} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in \{1,\dots,n\}$$
$$\sum_{j:(i,j)\in S_T} p_{ij}x_{ij} \le T \qquad \forall i \in \{1,\dots,m\}$$
$$x_{ij} \in [0,1]$$

wobei $S_T = \{(i,j) \in \{1,\dots,m\} \times \{1,\dots,n\} \mid p_{ij} \le T\}$. Wir bezeichnen mit dem Integrality-Gap für eine Instanz das Verhältnis des Optimums zu dem minimalem T, für das das obige LP zulässig ist. Es wurde gezeigt, dass der Integrality-Gap nie schlechter als 2 ist.

Zeigen Sie, dass für dieses LP keine bessere Analyse möglich ist. Konstruieren Sie dazu eine Klasse von Instanzen, mit denen Sie beliebig nahe an einen Integrality-Gap von 2 kommen.

Aufgabe 10.2

Cubic Vertex-Cover ist ein NP-schweres Problem. Es ist wie folgt definiert. Gegeben ist ein kubischer Graph $G = (V,E)$ (d.h. jeder Knoten hat Grad 3) und ein $k \in \mathbb{N}$. Gesucht ist eine Teilmenge $U \subseteq V$ der Knoten mit $|U| \le k$, sodass f.a. $(u,v) \in E$ gilt $u \in V$ oder $v \in V$. Zeigen Sie mit einer Reduktion auf das Vertex-Cover Problem, dass es keine Approximation mit Güte unter $4/3$ für Scheduling on Unrelated Machines gibt, außer $P = NP$.

TIPP: Wählen Sie eine Instanz mit $|V|$ Maschinen und $|V| - k$ Jobs mit Ausführungszeit 1 auf jeder Maschine. Zusätzlich nehmen Sie für jede Kante $(u,v) \in E$ einen Job der auf den u und v entsprechenden Maschinen jeweils Ausführungszeit $1/3$ hat und auf den übrigen $4/3$.

Abgabe: Donnerstag, den 23. Juni 2016, in der Vorlesung oder vorher bei Lars Rohwedder (Hochhaus, R. 1009)