



**Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«**

**Übungsblatt 9**

**Aufgabe 9.1** (4 Punkte)

Das Santa Claus Problem ähnelt dem Scheduling on Unrelated Machines, unterscheidet sich aber in der Zielfunktion: Es gibt Ressourcen  $R_1, \dots, R_n$  und Spieler  $P_1, \dots, P_m$ . Jede Ressource  $R_j$  hat einen Wert  $v_{ij}$  für Spieler  $P_i$ . Es soll jede Ressource genau einem Spieler zugewiesen werden. Die Spieler bekommen also paarweise disjunkte Ressourcenmengen  $L_1 \cup \dots \cup L_m = R$ .

Zu maximieren ist der niedrigsten Wert an aufsummierten Ressourcenwerten über alle Spieler, also  $\min\{\sum_{R_j \in L_i} v_{ij} \mid i \in \{1, \dots, m\}\}$ .

Analog zum Scheduling on Unrelated Machines soll das Problem mit binärer Suche und LP-Techniken approximiert werden.

Beschreiben Sie kurz eine sinnvolle binäre Suche und formulieren Sie ein analoges lineares Programm für dieses Problem.

**Aufgabe 9.2** (6 Punkte)

Entwerfen Sie ein Verfahren, das aus der fraktionalen Lösung zu dem von Ihnen in Aufgabe 9.1 angegebenen linearen Programm eine Lösung für das Santa Claus Problem erzeugt. Der fertige Algorithmus sollte eine Lösung mit Wert von mindestens  $OPT - v_{max}$  liefern, wobei

$$v_{max} = \max\{v_{ij} \mid i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n\}\} \quad .$$

Begründen Sie, warum Ihr Algorithmus das erreicht. Die Schritte, die analog zum Algorithmus von Scheduling on Unrelated Machines verlaufen, müssen nicht ausführlich erklärt werden.