



Präsenzaufgaben zur Vorlesung »Algorithmen und Datenstrukturen«

Blatt 8

**Präsenzaufgabe 8.1** (AVL-Bäume)

Fügen Sie die Elemente 9, 3, 2, 6, 7, 5 in dieser Reihenfolge in einen initial leeren AVL-Baum ein. Entfernen Sie dann die Elemente 3, 2, 5 (in dieser Reihenfolge). Geben Sie Zwischenschritte, insbesondere Rotationen, an.

**Präsenzaufgabe 8.2** ((a, b)-Bäume)

Fügen Sie die Elemente 9, 3, 2, 6, 7, 5 in dieser Reihenfolge in einen initial leeren (2,3)-Baum ein. Entfernen Sie dann die Elemente 3, 2, 5 (in dieser Reihenfolge). Geben Sie Zwischenschritte an.

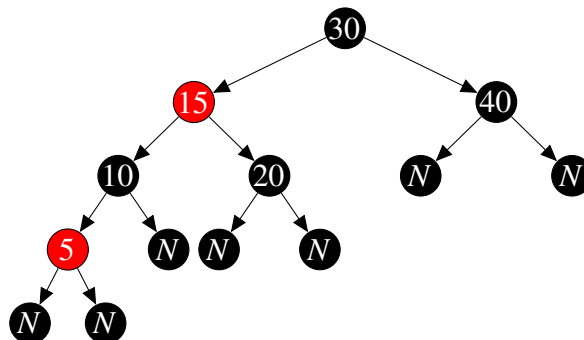
**Präsenzaufgabe 8.3** (rot-schwarz-Bäume)

Ein *rot-schwarz-Baum* ist ein echter binärer Suchbaum mit folgenden Eigenschaften:

1. Jeder Knoten hat entweder die Farbe rot oder schwarz.
2. Jedes Blatt ist schwarz und enthält den Wert NULL.
3. Falls ein Knoten rot ist, sind seine beiden Kinder schwarz.
4. Jeder einfache Pfad von einem Knoten  $v$  zu einem tiefer liegenden Blatt enthält die selbe Anzahl von schwarzen Knoten.

Zeigen Sie: Ein rot-schwarz-Baum mit  $n$  internen Knoten hat höchstens Höhe  $2\log(n + 1)$ .

Hinweis: Sei  $hs(x)$  die Anzahl der schwarzen Knoten auf einem Pfad von einem Knoten  $x$  zu einem tiefer liegendem Blatt. Zeigen Sie: Jeder Teilbaum mit Wurzel  $x$  enthält mindestens  $2^{hs(x)} - 1$  interne Knoten.



Ein Beispiel für einen rot-schwarz-Baum