



CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, K.-M. Klein, F. Land M. Rau

09. Juni 2016

Hausaufgaben zur Vorlesung »Algorithmen und Datenstrukturen«

Blatt 9

Hausaufgabe 9.1 (Union-Find (2 Punkte))

Betrachten Sie die Menge der Zahlen von 1 bis 7, die in Mengen der Mächtigkeit eins partitioniert ist. Gegeben sei die folgende Sequenz von Union-Find Operationen:

Vereinigung(1,2), *Vereinigung*(3,4), *Vereinigung*(5,6), *Vereinigung*(1,3), *Vereinigung*(1,5),
Finde(5), *Finde*(4).

Geben Sie die entsprechenden Baumstrukturen nach jeder Operation an. Wobei Vereinigung mit Ausgleich verwendet wird und Pfadkompression bei jeder Find Operation.

Hausaufgabe 9.2 (Union-Find (2 Punkte))

Finden Sie für jedes $m, n \in \mathbb{N}$ eine Folge von m Union- und Find-Operationen über einer n -elementigen Grundmenge, die Gesamtkosten $\Omega(m \log n)$ hat, wenn bei Find-Operationen *keine* Pfadkompression vorgenommen wird, sondern nur Vereinigung nach Rang. (Setzen Sie $m \geq 2n$ voraus.)

Hausaufgabe 9.3 (Union-Find (3 Punkte))

Zeigen Sie: in einem durch Union-Find entstandenen Baum, auf dem keine Finde operationen ausgeführt wurden, hat jeder Knoten vom Rang r einen Unterbaum mit mindestens 2^r Knoten.

Hausaufgabe 9.4 (Union-Find (3 Punkte))

Gegeben sei eine Union-Find Datenstruktur, die die Mengen als Listen verwaltet (vgl. Präsenzaufgabe 9.3). Jedes Listenelement hat einen Zeiger auf das erste Element der Liste. Bei der Vereinigung wird die kürzere Liste an die längere Liste angehängt. Dabei müssen alle Elemente der kürzeren Liste nun einen Zeiger auf das erste Element der Längeren Liste bekommen.

Zeigen Sie, dass $O(n)$ Union-Find Operationen eine Laufzeit von insgesamt $O(n \log n)$ besitzen.

Abgabe der theoretischen Aufgaben Donnerstag, den 16. Juni, bis spätestens 14 Uhr. Die Abgabe der theoretischen Aufgaben erfolgt im Schreiben.