



Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 3

Aufgabe 3.1

Sie haben in der Vorlesung einen Algorithmus für das Problem Vertex Cover kennengelernt. Geben Sie eine Instanz an, für die der Algorithmus ein Vertex Cover C berechnet mit $|C| \geq 2 * \text{OPT}$.

Algorithm 1 AVC

```
 $C \leftarrow \emptyset$   
 $E' \leftarrow E$   
while  $E' \neq \emptyset$  do  
  Wähle beliebiges  $e \in E'$   
   $C \leftarrow C \uplus e$   
   $E' \setminus \{e' \in E' \mid e \cap e' \neq \emptyset\}$   
end while
```

Aufgabe 3.2

Betrachten Sie nun folgende Heuristik für das Problem Vertex Cover:

Algorithm 2 HVC

```
 $V' \leftarrow V$   
 $E' \leftarrow E$   
 $C \leftarrow \emptyset$   
while  $E' \neq \emptyset$  do  
  Wähle einen beliebigen Knoten  $v \in V'$  mit maximalem Grad in  $(V', E')$   
   $C \leftarrow C \uplus \{v\}$   
   $V' \leftarrow V' \setminus \{v\}$   
   $E' \leftarrow E' \setminus \{e \in E' \mid v \in e\}$   
end while
```

Geben Sie eine Konstante $c \geq 1.6$ und einen Graphen $G = (V, E)$ an, auf dem diese Heuristik ein Vertex Cover C mit $|C| \geq c \cdot \text{OPT}$ findet.

Dabei sind natürlich auch Lösungen mit $c > 1.6$ zulässig. Für eine Lösung, bei der c keine Konstante ist, sondern eine Funktion $c : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ in Abhängigkeit von der Anzahl der Knoten der Instanz ist, und bei der $c \in \Omega(\log |V|)$ gilt, gibt es Bonuspunkte.

Abgabe: 11. November 2019, bis spätestens 10:15 Uhr im Schrein