CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, H. Brinkop

10. Dezember 2019

Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 8

Aufgabe 8.1 (Scheduling auf Identischen Maschinen)

Für einen $(1+\epsilon)$-approximativen Algorithmus (PTAS) für $P||C_{max}$ erweisen sich kleine Jobs als problematisch. Als klein bezeichnen wir Jobs j mit $p_j \le \epsilon T$, wobei $T \in [\mathrm{OPT}(I), 2\,\mathrm{OPT}(I)]$ eine Abschätzung des Optimums ist. Um diese zu eliminieren, führen wir folgendes Preprocessing auf der Instanz aus.

Gegeben sei eine Instanz $I = (J_B \uplus J_S,\ m)$, wobei J_B die großen und J_S die kleinen Jobs enthält. Sei $S = \sum_{j \in J_S} p_j$. Bilde eine Menge J_{new} bestehend aus $\left\lceil \frac{S}{\epsilon T} \right\rceil$ vielen Jobs der Größe ϵT. Wir betrachten nun die Instanz $I' = (J_B \uplus J_{new},\ m)$.

Beweisen Sie, dass $\mathrm{OPT}(I') \le \mathrm{OPT}(I) + \epsilon T$ und $\mathrm{OPT}(I) \le \mathrm{OPT}(I') + \epsilon T$ gilt.

Aufgabe 8.2 (Geometrisches Runden)

Wir setzen voraus, dass jede Ausführungszeit zwischen ϵT und T liegt, Beim geometrischen Runden wird jeder Job auf den nächsthöheren Wert der Form $\epsilon T \cdot (1+\epsilon)^i$, $i = 1, 2, \ldots$ gerundet. So entsteht ein kleiner Rundungsfehler, aber die Anzahl der verschiedenen Jobgrößen sinkt dramatisch. Zeigen Sie, dass die Anzahl der Jobgrößen nach dem Runden in $\mathcal{O}\left(\frac{1}{\epsilon} \log\left(\frac{1}{\epsilon}\right)\right)$ liegt.

TIPP: Sie dürfen nutzen, dass $\ln(1+\epsilon) = \epsilon - \frac{\epsilon^2}{2} + \frac{\epsilon^3}{3} - \frac{\epsilon^4}{4} \ldots$.

Abgabe: 16. Dezember 2019, bis spätestens 10:15 Uhr im Schrein