CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL
Institut für Informatik, Arbeitsgruppe Algorithmen und Komplexität
Prof. Dr. K. Jansen, H. Brinkop

19. November 2019

Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1

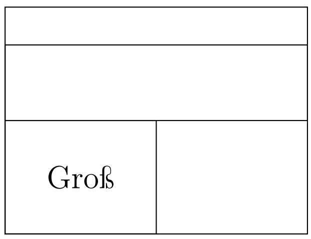
Gegeben sei eine Menge T von Rechtecken, die in einen Behälter der Größe $A = h \cdot w$ ohne Überschneidungen gepackt werden sollen.

Zeigen Sie: Es gibt eine Packung, wenn

1. die Gesamtfläche von T ist höchstens $\frac{A}{2}$ beträgt und
2. T keine hohen Rechtecke enthält (ein Rechteck der Größe $a \cdot b$ nennen wir hoch, wenn $a > \frac{h}{2}$ und $b \leq \frac{w}{2}$).

Hinweise:

- Benutzen Sie Steinberg.
- Der einzige interessante Fall ist es, wenn es genau ein großes Rechteck gibt ($a \cdot b$ mit $a > \frac{h}{2}$ und $b > \frac{w}{2}$). Warum ist das so?
- Unterteilen Sie die nicht-großen Rechtecke in drei geeignete Gruppen und platzieren Sie sie getrennt voneinander in Containern wie folgt:



Aufgabe 5.2

Es wird in dieser Aufgabe auf die Analyse von FF für Bin Packing aus der Vorlesung eingegangen.

Es sei B ein Bin mit $B = \{s_i \mid i \in B_l\}$ für entsprechendes l. B habe den Wert $c(B) = \alpha < 1/2$ und in B liegen Zahlen $b_1 \geq \cdots \geq b_k$. Zeigen Sie: Wenn $\sum_{i=1}^{k} b_i \geq 1 - \alpha$, dann gilt $\sum_{i=1}^{k} w(b_i) \geq 1$.

Zur Erinnerung: w ist definiert durch $w : [0,1] \to [0,1]$,

$$w(\alpha) = \begin{cases} \frac{6}{5}\alpha & \text{für } 0 \leq \alpha \leq \frac{1}{6}, \\ \frac{9}{5}\alpha - \frac{1}{10} & \text{für } \frac{1}{6} < \alpha \leq \frac{1}{3}, \\ \frac{6}{5}\alpha + \frac{1}{10} & \text{für } \frac{1}{3} < \alpha \leq \frac{1}{2}, \\ 1 & \text{für } \frac{1}{2} < \alpha \leq 1. \end{cases}$$

Weiterhin ist $c(B_1) = 0$ und für $i > 1$: $c(B_i) = \max\{1 - \sum\limits_{j \in B_k} s_j \mid k < i\}$

TIPP: Aus der Vorlesung wissen wir, dass jede Zahl in B, die hinzugefügt wurde, bevor B eine Höhe größer $1/2$ hatte, größer sein muss als α. Machen Sie eine Fallunterscheidung für die Zahlen, die in B vorkommen können.

Abgabe: 25. November 2019, bis spätestens 10:15 Uhr im Schrein