



Übungen zur Vorlesung »Effiziente Algorithmen«

Übungsblatt 8

**Aufgabe 8.1**

- (i) Betrachten Sie das Scheduling-Problem mit parallelen Jobs. Es sei ein partieller Schedule gegeben, in dem höchstens  $K$  hohe Jobs (Höhe zwischen  $\delta$  und  $\frac{1}{2}$ , gerundet auf ein Vielfaches von  $\delta^2$ ) und höchstens  $\frac{2}{\delta^3}$  Container entsprechend einem beliebigen gerundeten und verschobenen optimalen Schedule vorplatziert wurden. Ferner wurden alle sehr hohen Jobs (Höhe größer als  $\frac{1}{2}$ , gerundet auf ein Vielfaches von  $\delta^2$ ), die in mehreren Snapshots (zusammenhängende Maschinen, die die gleichen vorplatzierten hohen Jobs und Container beinhalten) liegen, demselben optimalen Schedule entsprechend vorplatziert.

Zwei Zuordnungen von sehr hohen Jobs zu Snapshots heißen äquivalent, falls für jeden Snapshot und jede gerundete Höhe sehr hoher Jobs die Gesamtbreite sehr hoher Jobs dieser Höhe im jeweiligen Snapshot gleich ist.

Beschreiben Sie ein dynamisches Programm, das polynomiell viele Zuordnungen der nicht vorplatzierten, sehr hohen Jobs zu Snapshots findet, von denen mindestens eine äquivalent zu der Zuordnung des optimalen Schedules ist. Dabei können  $\frac{1}{\delta}$  und  $K$  als konstant angenommen werden.

Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass die Anzahl der Maschinen  $m$  polynomiell in der Anzahl der Jobs  $n$  ist.

- (ii) Wie könnte man diesen Ansatz auf Jobs (Höhe größer als  $\frac{1}{3}$ ) verallgemeinern?

**Aufgabe 8.2**

- (i) Sei  $X \subseteq \mathbb{Z}^d$  eine endliche Menge von Vektoren und  $b$  im *integer cone* von  $X$ , d. h. es gibt  $\lambda \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^X$  mit  $b = \sum_{x \in X} \lambda_x x$ . Zeigen Sie, dass es  $\tilde{X} \subseteq X$  mit  $|\tilde{X}| \leq 2^d$  gibt, sodass  $b$  im *integer cone* von  $\tilde{X}$  liegt.
- (ii) Gibt es bessere Schranken für  $d = 2$  und  $d = 3$ ?